

# Eesti koolinoorte LVIII täppisteaduste olümpiaad

## MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 24. novembril 2010. a.

XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Kasutada on  $m$  veepumpa. On teada, et esimene pump täidaks basseini üksinda töötades 2 tunni, teine pump 4 tunni, kolmas pump 8 tunni, ...,  $m$ -s pump  $2^m$  tunniga.
  - a) Leia minimaalne pumpade arv, mis koos töötades täidaksid basseini lühema aja kui 1 tunni ja 1 minutiga.
  - b) Kas piisavat hulka pumпасid kasutades on võimalik basseini täita vähem kui ühe tunniga? Selgita.
2. Ettevõttes on  $2007 - 6n$  töötajat, kes on jaotatud võrdselt  $2n + 1$  osakonna vahel. Mitu osakonda on ettevõttes, kui on teada, et  $n$  on positiivne täisarv ning ettevõttes on vähem kui 70 osakonda.
3. Leia võrrandi  $\log_{\sqrt{x}}(x + 6) = 8 \log_{x+6} x$  täisarvulised lahendid.
4. Trapetsis  $ABCD$  on teada aluste pikkused  $|AD| = 4$ ,  $|BC| = 1$  ning nurgad  $\angle A = \arctan 3$ ,  $\angle D = \arctan 2$ . Trapetsi diagonaalid lõikuvad punktis  $E$ . Leia kolmnurga  $CBE$  täpne pindala.
5. Erik joonistas kumera 9-nurga. Ta soovib kirjutada igasse tippu ühe numbriga 1 kuni 9 nii, et igas tipus oleks erinev number ning iga kolme järjestikuse tipu numbrite summa ei ületaks arvu  $N$ . Leia arvu  $N$  vähim võimalik väärtus.